УДК 622.411.332.023.623:622.83

Инж. **А.П. Круковский**, инж. **В.В. Круковская**
(ИГТМ НАН Украины)

ФИЛЬТРАЦИЯ ГАЗА В ЗОНЕ ВЛИЯНИЯ ОЧИСТНОЙ ВЫРАБОТКИ С УЧЕТОМ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ УГЛЕПОРОДНОГО МАССИВА

Використання методу кінцевих елементів для розв'язання задачі фільтрації метану у газовміщуючому вуглепородному масиві у зоні впливу очисної виробки.

GAS FILTRATION IN THE ZONE OF COAL FACE INFLUENCE WITH THE ACCOUNT STRESSEDLY-DEFORMED STATE OF COAL-ROCK MASSIF

Application of a method of final elements for the decision of methane filtration task in coal-rock massif in the zone of coal face influence.

В настоящее время в некоторых научных работах акцентируется внимание на существовании тесной зависимости газовыделения от напряженного состояния угольных пластов и вмещающих пород, которые также могут содержать метан. Например, в [1] говорится, что это признанное положение до сих пор не нашло отражения в неоднократно переиздаваемых нормативных документах, регламентирующих прогноз газовыделения в угольных шахтах [2]. Авторами [3] были проведены экспериментальные исследования зависимости фильтрационных свойств различных горных пород от напряженного состояния образца. Ими было доказано, что в области упругих деформаций трехосное сжатие приводит к закрытию микротрещин и пор, и фильтрация мало изменяется. За пределами упругости и до предела прочности, что соответствует областям начала трещинообразования и интенсивного трещинообразования, происходит рост коэффициента проницаемости на 40 – 400% в различных горных породах. Дальнейший рост коэффициента проницаемости за пределом прочности незначителен и происходит только за счет расширения существующих трещин. При изучении процессов упруго-пластического деформирования газосодержащего углепородного массива и фильтрации газа в нем необходимо решать взаимосвязанные уравнения движения для твердой и газовой фаз. В общем случае их невозможно разделить на две отдельные системы, содержащие переменные только твердой или только газообразной среды, а их совместное решение довольно затруднительно. Эта задача значительно упрощается, если известны закономерности распределения напряжений в одной из фаз. В случае, когда известны напряжения в углепородном массиве, она может быть сведена к задаче неоднородной фильтрации [3].

Для определения распределения поля напряжений в зоне влияния очистной выработки решим задачу, используя численные методы.

Наиболее универсальным численным методом решения геомеханических задач является метод конечных элементов, который позволяет учитывать форму поперечного сечения горных выработок, сложные граничные условия и разнообразные свойства геоматериалов. Суть данного метода состоит в минимизации полной потенциальной энергии, выраженной через конечное число узловых параметров, что приводит к замене системы дифференциальных уравнений системой обыкновенных алгебраических уравнений.

Все внешние и внутренние силы, граничные и начальные условия приводятся к узлам. Отсутствие перемещений в каком-либо направлении учитывается заданием жестких связей.

Построение упруго-пластической модели осуществляется при помощи постепенного усложнения ее математического аппарата. На первом этапе осуществляется решение в рамках теории упругости. При этом упругое решение принимается в качестве первого приближения. Окончательное решение находится путем последовательной корректировки напряженно-деформированного состояния массива горных пород в зависимости от заданных нелинейных характеристик его деформирования.

Для оценки режима разрушения горных пород вблизи выработки и оценки ее устойчивости наиболее информативным показателем является отношение разности наибольших (σ_1) и наименьших (σ_3) главных напряжений к напряжениям, вызванным весом вышележащей толщи горных пород, характеризующее возможность возникновения разрушения:

$$Q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\gamma h},$$

где h – высота вышележащей толщи горных пород; γ - ее удельный вес.

Примем следующие начальные условия: слоистая изотропная среда (уголь, песчаник, аргиллит, алевролит), размер исследуемой области – 150×150×50 м, длина лавы – 250 м; мощность пласта – 1,7 м; глубина H – 1200 м. В результате получим поле распределения параметра Q в плоскости, параллельной плоскости забоя, в 10 м позади лавы, которое представлено на рис. 1. Будем считать, что область, в которой существует фильтрационная способность, ограничена кривой AOB. Внутри этой области показатель $Q > 0{,}4$, что соответствует напряжениям, вызывающим начало процесса трещинообразования в массиве. За границами этой области находится нетронутый углепородный массив, в газоносных слоях которого газ содержится в изолированных порах [4, 5, 6]. Фильтрационная способность здесь отсутствует, коэффициент проницаемости равен нулю, а давление свободного газа, содержащегося в изолированных порах, близко к местному горному давлению [5, 6].

Очевидно, что коэффициент проницаемости в каждой точке исследуемой области имеет неодинаковые значения в различных направлениях и зависит от тензора напряжений в этой точке:

$$k_{ij} = \begin{cases} 0 & \textit{– в нетронутом массиве} \\ f(\sigma_{ij}) & \textit{– в зоне влияния очистной выработки} \end{cases}$$

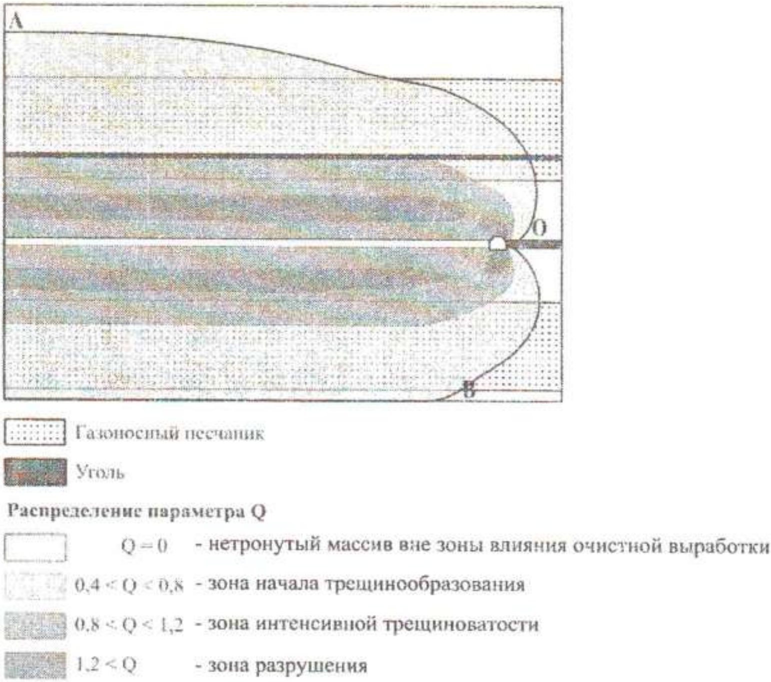

Рис. 1 - Распределение параметра Q в 10 м за лавой

Теперь, когда известна область, в которой происходит фильтрация метана, можно найти и его расход в каждой точке исследуемой области.

Квазигармоническое уравнение неоднородной фильтрации газа можно записать в следующем виде [7]:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x \frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k_y \frac{\partial H}{\partial y}\right)=0,$$

где H – искомая функция распределения давления газа, k_x, k_y – коэффициенты проницаемости горного массива.

Граничные условия можно определить следующим образом. Во-первых, давление метана на границе области фильтрации, ограниченной кривой AOB, равно местному горному давлению:

$$H=\gamma h.$$

Во-вторых, условие непроницаемости границы запишется в виде:

$$k_x \frac{\partial H}{\partial x} l_x + k_y \frac{\partial H}{\partial y} l_y = 0,$$

где l_x и l_y – направляющие косинусы внешней нормали к границе непроницаемости AOB.

Метод конечных элементов сегодня является не только мощным методом расчета, но и средством математического моделирования разнообразных процессов, происходящих в горном массиве. С его помощью можно моделировать и процессы установившейся фильтрации. Основная концепция этого метода состоит в аппроксимации искомой непрерывной функции набором простых, кусочно-непрерывных функций, заданными над ограниченными областями – конечными элементами.

Разобьем исследуемую плоскость (см. рис.) на N треугольных конечных элементов с узлами x_i, y_i, x_j, y_j, x_k и y_k, где i, j и k изменяются в пределах от 0 до N, и будем считать, что давление H метана в узлах i, j и k аппроксимируется линейной функцией:

$$H = a_1 + a_2 x + a_3 y \tag{1}$$

или в матричной форме:

$$\{H\} = [A]\{a\}, \tag{2}$$

где

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix}.$$

Из выражения (2) следует, что

$$\{a\} = [A]^{-1}\{H\}. \tag{3}$$

Если из соотношения (3) найти значения a_1, a_2 и a_3 и подставить их в (1), то получим давление газа в узлах элемента. Чтобы перейти от значений функции H в узлах к ее значению в произвольной точке данного элемента с координатами x и y, вводятся так называемые функции формы. С их помощью давление H выражается следующим образом:

$$H = N_i H_i + N_j H_j + N_k H_k, \tag{4}$$

где N_i, N_j и N_k - функции формы (влияния узлов):

$$N_i = \frac{1}{2\Delta}(a_i + b_i x + c_i y);$$

$$2\Delta = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix};$$

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j;$$

$$b_i = y_j - y_k;$$

$$c_i = x_k - x_j.$$

Причем $N_i + N_j + N_k = 1$ в любой точке элемента, и $N_i = 1$ в i-ом узле, $N_i = 0$ в j и k -ом узлах, Δ - площадь элемента.

Градиенты давления определяются при дифференцировании выражения (4):

$$\begin{cases} I_x = \dfrac{\partial H}{\partial x} = \dfrac{\partial N_i}{\partial x} H_i + \dfrac{\partial N_j}{\partial x} H_j + \dfrac{\partial N_k}{\partial x} H_k; \\ I_y = \dfrac{\partial H}{\partial y} = \dfrac{\partial N_i}{\partial y} H_i + \dfrac{\partial N_j}{\partial y} H_j + \dfrac{\partial N_k}{\partial y} H_k. \end{cases}$$

Или в матричной форме:

$$\{I\} = [B]\{H\}, \tag{5}$$

где

$$[B] = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial N_i}{\partial x} & \dfrac{\partial N_j}{\partial x} & \dfrac{\partial N_k}{\partial x} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial y} & \dfrac{\partial N_j}{\partial y} & \dfrac{\partial N_k}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{b_i}{2\Delta} & \dfrac{b_j}{2\Delta} & \dfrac{b_k}{2\Delta} \\ \dfrac{c_i}{2\Delta} & \dfrac{c_j}{2\Delta} & \dfrac{c_k}{2\Delta} \end{bmatrix} = const.$$

Скорости фильтрации v_x и v_y равны:

$$\{v\} = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} = k\ \{I\} = k\ [B]\{H\}, \tag{6}$$

где k – коэффициент проницаемости породы (угля).

В МКЭ считается, что обмен газом между элементами происходит только через узловые точки. Каждый элемент будет иметь узловые расходы метана в единицу времени Q_i, Q_j и Q_k. При установившемся процессе фильтрации $Q_i + Q_j + Q_k = 0$.

Связь между узловыми расходами и узловыми давлениями устанавливается согласно известному принципу возможных вариаций напоров: в замкнутой области установившегося потока при возможном бесконечно малом изменении давлений дополнительная работа потока на замкнутом контуре должна быть равна соответствующей дополнительной работе в пределах области [8, 9]. Этот принцип является одной из возможных физических интерпретаций известного в вариационном исчислении способа решения дифференциальных уравнений с заданными граничными условиями путем минимизации функционала.

Дополнительная работа потока на контуре A_K равна сумме произведений узловых расходов и вариаций давлений:

$$A_K = \{Q\}^T \{\partial H\}. \tag{7}$$

Вариации градиентов давлений равны (из соотношения (5)):

$$\{\partial I\} = [B]\{\partial H\}. \tag{8}$$

Дополнительная работа потока в пределах элемента A_{BH} равна интегралу по площади элемента от произведения скоростей на вариации градиентов давления:

$$A_{BH} = \int_S \left(v_x dI_x + v_y dI_y\right) dS = \int_S \{dI\}^T \{v\} dS. \tag{9}$$

Разбиение интеграла по площади (объему) на сумму интегралов по элементам дает возможность учитывать свойства каждого элемента в отдельности. Это является важной особенностью метода конечных элементов. Приравнивая выражения (7) и (9), и при подстановке в них выражений (6) и (8) получим:

$$Q_i = k_\Phi dH \int_S \{1 \quad 0 \quad 0\}[B]^T [B]\{H\} dS$$

или в матричной форме:

$$\{Q\} = k_\Phi \int_S \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [B]^T [B]\{H\} dS = [K]\{H\}, \tag{10}$$

где $[K]$ – матрица проницаемости элемента, представляющая собой набор коэффициентов системы линейных уравнений, связывающих n узловых давлений с n узловыми расходами. После преобразований она имеет вид:

$$[K]=\begin{bmatrix} -(a+b) & a & b \\ a & -(a+c) & c \\ .b & c & -(b+c) \end{bmatrix};$$

$$a=\Delta k_{\Phi}\left[(y_k-y_i)(y_j-y_k)+(x_i-x_k)(x_k-x_j)\right];$$

$$b=\Delta k_{\Phi}\left[(y_j-y_k)(y_i-y_j)+(x_k-x_j)(x_j-x_i)\right];$$

$$a=\Delta k_{\Phi}\left[(y_i-y_j)(y_k-y_i)+(x_j-x_i)(x_i-x_k)\right]$$

В начальных и граничных условиях необходимо учесть природную газоносность угля и газоносных слоев вмещающих пород, перепад давлений воздуха в очистной выработке, различные свойства породных слоев кровли и почвы, в том числе и их начальную проницаемость, и, конечно же, значения компонент тензора напряжений в каждой точке исследуемой области.

После решения системы уравнений из соотношений (6) можно будет найти скорости фильтрации газа, а из (10) – его расходы в любой точке указанной области. Это позволит с достаточной точностью определить направления движения метана в газонасыщенном углепородном массиве и места его возможного скопления в зоне влияния очистной выработки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антощенко Н.И. Особенности формирования зон влияния очистных выработок. – Уголь Украины, 2004, №1. – с. 12 - 15.
2. Руководство по проектированию вентиляции угольных шахт / Государственный нормативный акт об охране труда. – Киев. Основа, 1994.
3. Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах. – М. Недра, 1985. – 272 с.
4. Кузнецов С.В., Трофимов В.А. Основная задача теории фильтрации газа в угольных пластах. – ФТПРПИ, 1999, №5. – с. 13 - 18.
5. Христианович С.А., Коваленко Ю.Ф. Об измерении давления газа в угольных пластах. – ФТПРПИ, 1988, №3. – с. 3 - 23.
6. Кареев В.И., Коваленко Ю.Ф. Теоретическая модель фильтрации газа в газосодержащих угольных пластах. – ФТПРПИ, 1988, №6. – с. 47 - 55.
7. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The finite element method. – Butterworth-Heinemann, 2000. – 690 p.
8. Амусин Б.З., Фадеев А.Б. Метод конечных элементов при решении задач горной геомеханики. – М. Недра, 1975. – 144 с.
9. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. – М. Недра, 1987. – 224 с.